



G1: 富澤・福山・白沢・趙・徐・伊藤・高山・朝岡

Agenda

本課題のテーマ

テーマに対する契約理論への考察

テーマの実証

Theme

会計コンペ

期末試験

マーケ...

KBSの授業契約を適宜解約は世の中の業績
をどうにか検可能なみか？ た

心理学も必要な組織

数式祭りの経営科学

環境設定

努力= $e (\geq 0)$

得意不得意= θ (能力) $\theta_L \leq \theta \leq \theta_H$

確率密度関数= $f(\theta)$

累積確率分布関数= $F(\theta)$

授業満足度= $e\theta = x$ (先生側)

報酬= $\omega(\theta, x) = \alpha(\theta) + \beta(\theta)x$ (生徒側授業満足)

努力コスト= $C(e) = 0.5e^2$

$$\omega(\theta, x) = \alpha(\theta) + \beta(\theta)x$$

先生からの期待 自らの努力と評価から得られる効用

生徒は教師に自らの能力をアピールし、努力することで
報酬を得る

さぼる仮説

θ を偽装したらいい結果が得られるのか？

自らの能力を大きく見せることができれば、さぼれるのか？



仮説検証の準備

先生の効用

与える報酬

(評価したり発言チェックしたり)

$$EU^T = \int_{\theta_L}^{\theta_H} (\underbrace{\theta e(\theta)}_{\text{先生の満足度}} - \underbrace{(\alpha(\theta) + \beta(\theta)x)}_{\text{生徒の能力別分布}}) f(\theta) d\theta$$

生徒の効用(嘘能力)

$$EU^S(\theta, \hat{\theta}, x) = \underbrace{\alpha(\hat{\theta})}_{\text{先生からの期待}} + \underbrace{\beta(\hat{\theta})\theta e(\theta)}_{\text{先生からの評価}} - \underbrace{0.5e(\theta)^2}_{\text{努力のコスト}}$$

※ $\hat{\theta}$ は生徒の嘘の能力

生徒の効用について

生徒の効用最大化条件

$$\frac{\partial EU^s(\theta, \hat{\theta}, x)}{\partial e(\theta)} = \beta(\hat{\theta})\theta - e(\theta) = 0$$

$$\beta(\hat{\theta})\theta = e(\theta)$$

代入↓

$$EU^s(\theta, \hat{\theta}) = \alpha(\hat{\theta}) + \beta(\hat{\theta})\theta e(\theta) - 0.5e(\theta)^2$$



$$EU^s(\theta, \hat{\theta}) = \alpha(\hat{\theta}) + 0.5\beta(\hat{\theta})^2\theta^2$$

生徒の効用について

$EU^s(\theta, \hat{\theta})$ を最大にする $\hat{\theta}$ が θ に一致したらさぼらない

$EU^s(\theta, \theta)$ を $EU^s(\theta)$ とする

$$\frac{\partial EU^s(\theta)}{\partial \theta} = \frac{\partial EU^s(\theta, \hat{\theta})}{\partial \theta} + \frac{\partial EU^s(\theta, \hat{\theta})}{\partial \theta l} = \frac{\partial EU^s(\theta, \hat{\theta})}{\partial \theta} = \beta(\theta)^2 \theta$$

ここに数式を入力します。包絡線定理より

$$\frac{\partial EU^s(\theta)}{\partial \theta} \geq 0$$

積分して $EU^s(\theta) = EU^s(\theta_L) + \int_{\theta_L}^{\theta} \beta(t)^2 t dt$

$EU^s(\theta)$ (効用)は θ の増加によって増加する

さぼらせないためには報告内容と報酬を
比例関係にしなければならない

さぼれなくなった時

適当に発言や課題が提出できなくなった場合

$$\beta(\hat{\theta})\theta = e(\theta)$$

この時

$$EU^s(\theta) = \alpha(\theta) + \beta(\theta)x - 0.5e(\theta)^2$$

$$\alpha(\theta) + \beta(\theta)x = EU^s(\theta) + 0.5e(\theta)^2$$

EU^T の式に代入すると

$$EU^T = \int_{\theta_L}^{\theta_H} (\theta e(\theta) - (\alpha(\theta) + \beta(\theta)x)f(\theta)d\theta$$

この式に代入

Next

評価に対する考察

$$EU^T = \int_{\theta_L}^{\theta_H} (\theta e(\theta) - (\alpha(\theta) + \beta(\theta)x)f(\theta)d\theta$$
$$= \int_{\theta_L}^{\theta_H} (\beta(\theta)\theta^2 - 0.5\beta(\theta)^2\theta^2 - EU^S(\theta_L) - \int_{\theta_L}^{\theta} \beta(t)^2 t dt) f(\theta)d\theta$$

$$\int_{\theta_L}^{\theta_H} \int_{\theta_L}^{\theta} \beta(t)^2 t dt f(\theta) d\theta = \int_{\theta_L}^{\theta_H} (\beta(\theta)^2 \theta)(1 - F(\theta)) d\theta$$

$$EU^T = \int_{\theta_L}^{\theta_H} \beta(\theta)\theta^2 - 0.5\beta(\theta)^2\theta^2 - \beta(\theta)^2\theta \frac{1 - F(\theta)}{f(\theta)} f(\theta)d\theta - EU^S(\theta_L)$$

θ の減少関数

$$\frac{\partial EU^T}{\partial \beta(\theta)} = \theta^2 - \beta(\theta) \left(\theta^2 + 2\theta \frac{1 - F(\theta)}{f(\theta)} \right) = 0$$

$$\beta(\theta) = \frac{\theta}{\theta + 2 \frac{1 - F(\theta)}{f(\theta)}}$$

評価に対する考察2

$$\beta(\theta) = \frac{\theta}{\theta + 2 \frac{1-F(\theta)}{f(\theta)}} = \frac{\theta}{\theta + 2A(\theta)}$$

$$\frac{d\beta(\theta)}{d\theta} = \frac{2(A(\theta) - A'(\theta)\theta)}{\theta + 2A(\theta)} > 0 \quad \theta \text{の増加関数}$$



期待に対する考察

参加条件について

生徒の効用は $EU^A(\theta) = EU^S(\theta_L) + \int_{\theta_L}^{\theta} \beta(t)^2 t dt$ なので θ の増加関数
なので $\theta = \theta_L$ の時, 等式が成立したら OK

$$EU^S(\theta) = EU^S(\theta_L) + \int_{\theta_L}^{\theta} \beta(t)^2 t dt$$

$$EU^S(\theta, \hat{\theta}) = \alpha(\hat{\theta}) + \beta(\hat{\theta})\theta e(\theta) - 0.5e(\theta)^2$$

$$\alpha(\theta) = EU^S(\theta_L) - 0.5\beta(\theta)^2\theta^2 + \int_{\theta_L}^{\theta} \beta(t)^2 t dt$$

$$\alpha(\theta_L) = EU^S(\theta_L) - 0.5\beta(\theta_L)^2\theta_L^2$$

$$\frac{d\alpha(\theta)}{d\theta} = -\beta(\theta)\beta'(\theta)\theta^2 \leq 0 \quad \text{なので } \alpha(\theta) \text{ は } \theta \text{ の減少関数となる}$$

さぼれない時の報酬条件

まとめ

さぼらせないための報酬の設定は
 $\alpha(\theta) + \beta(\theta)\theta e(\theta)$ について

1 : $\alpha(\theta)$ は θ の減少関数

2 : $\beta(\theta)$ (インセンティブ係数) は θ の増加関数



KBSの場合は？

あくまで予想ですが…

ぶっ倒れる期待まで頑

$\alpha(\theta)$: 先生からの期待
 $\beta(\theta)\theta e(\theta)$: 授業からの評価
張りましょう！

と考えると(無理のない範囲で)

なんだか先の条件を満たしてそう

さぼれない…

ご清聴ありがとうございました

Students

Teacher

Contract Theory