チーム生産におけるモラルハザード

渡邊直樹, KBS

情報と意思決定（2021 年度 2 学期）

1. 特殊な例：モデルの記述

従業員 A と B が共同で 1 単位の財を販売することで収益を得ようとしている．

- date 1: A は $x^2/2$ のコストを費やして努力水準 x を選択し，B は $y^2/2$ のコストを支出して努力水準 y を選択する．
- date 2: その財が価格 $2x^{1/2}y^{1/2}$ で売れる．（生産費用は彼らの努力コストに含まれるとして，モデルを単純にしておく．）

1. 特殊な例：効率的な支出水準

このチームにとって最善の結果（first best outcome）：共同利潤の最大化

- 共同利潤 $\pi = 2x^{1/2}y^{1/2} - x^2/2 - y^2/2$
- 一階の条件は $x^{-1/2}y^{1/2} - x = 0$，かつ，$x^{1/2}y^{-1/2} - y = 0$
- $x = y = 0$ も一階の条件を満たすが，$\pi = 0$ となり，共同利潤は最大にはなっていない．

$x = y = 1$ のとき，$\pi = 1$ となり，共同利潤は最大になっている．

1. 特殊な例：事前の配分比率

date 1 における事前の契約は書けないとする.（従業員の努力水準は観察可能だが，法廷などに対して立証不可能.）ただし，date 2 における収益 $2x^{1/2}y^{1/2}$ を均等配分するという事前の約束は拘束力を持つとする．このとき，date 1 における従業員 A と B の利得最大化問題は次のとおり.

- 従業員 A：$\pi_A = x^{1/2}y^{1/2} - x^2/2$　　従業員 B：$\pi_B = x^{1/2}y^{1/2} - y^2/2$.
- それぞれの利得最大化における一階の条件は $(1/2)x^{-1/2}y^{1/2} - x = 0$，および，$(1/2)x^{1/2}y^{-1/2} - y = 0$
- $x = y = 0$ もそれぞれの一階の条件を満たすが，$\pi_i = 0$（$i = A, B$）となり，利得は最大にはなっていない.

$x = y = 1/2$ のとき，$\pi_A + \pi_B = 3/4$ となり，共同利潤は最大にならない．従業員 A にとっては，B が頑張ってくれるならば，努力しなくてもこの財はそれなりの価格で売れてくれる．同じことは，従業員 B にもいえる．よって，お互いにあまり努力しない.

1. 特殊な例：立証費用

従業員の努力水準は，所属する企業が第三者を雇用してコスト c をかければモニター可能であり，法廷に対して立証可能であるとする．どの程度のコストであれば，このチームの共同利潤は改善しうるか？

- $\pi - c \geq \pi_A + \pi_B$ より，$c \leq 1/4$.

1. 特殊な例：まとめ

- チームにおけるモラルハザードとは，各メンバーの努力水準が（観察不可能であるか）立証不可能であるときに，他のメンバーが努力してくれればチームとしての収益を得られるため，最善の結果をもたらす場合に比べて，すべてのメンバーがあまり努力しないこと．
- チームメンバー間での所得の移転によっては，一般に，これを防止することはできない．
- 第三者（マネジャー？）を通じた所得移転やモニタリングによって状況を改善することはできるが，その場合でも，第三者が非負の利得を得る限り，従業員が共謀してサボり合うとうまく機能しない．(このスライドでは割愛する.)
- よって，独自の企業文化やリーダーシップの役割がここでも重要になってくる．外発的動機付けだけではうまくかない．

2. 第三者の役割：設定

1 章よりもやや具体的な文脈で考えてみよう．

- craftsman と salesman からなる企業があり，2 人に上司（マネジャー）はいないとする．
  - craftsman は単位あたり c のコストで原材料の仕入れから生産までのコスト（以後，手短かに，生産コストといっておく）でブラシを作り，ブラシの個数とは独立に品質 q の生産に $\phi(q)$ の努力コストを支払う．

    $$\phi^{'}(\cdot) > 0 \text{ for any } q > 0,\ \phi^{'}(\cdot) = 0 \text{ if } q = 0, \text{ and } \phi^{''}(\cdot) > 0.$$
  - salesman は価格 p でブラシを販売する．その際，努力水準 s に対して，単位あたり $\theta(s)$ の販売コストがかかる．

    $$\theta^{'}(s) > 0 \text{ for any } s \geq 0 \text{ and } \theta^{''}(s) > 0.$$

- 需要は $x = D(p, s, q)$． $D_p < 0$, $D_s > 0$, and $D_q > 0$
  - 価格 p が上がるほど，販売努力 s が高いほど，ブラシの質 q が高いほど，需要 x は大きくなる．
  - 価格は外生的に決まってるとしてもよいし，寡占市場において他社との競争を通じて決まるとしてもよい．
- salesman は craftsman に対して， $T(x)$ を支払う．（所得移転）
  - balanced budget: 総売上 px のうち，salesman の取り分は $px - T(x)$.
- salesman の利得： $\pi^s = [p - \theta(s)]D(p, s, q) - T(x)$
- craftsman の利得： $\pi^c = T(x) - cD(p, s, q) - \phi(q)$
- この企業の総利潤： $\pi = [p - c - \theta(s)]D(p, s, q) - \phi(q)$

2. 第三者の役割：最善の結果

最善の結果（first best）：2 人からなる企業の総利潤が最大．このときの変数を p^{FB}，s^{FB}，q^{FB} と書くことにする．

Show: 最善の結果をもたらす所得移転 $T(x)$ は，balanced budget 制約の下では，存在しない．

- 総利潤の最大化条件：

$$\pi_s = [p - c - \theta(s)]D_s(p,s,q) + \theta'(s)D(p,s,q) = 0 \quad (1)$$

$$\pi_q = [p - c - \theta(s)]D_q(p,s,q) - \phi'(q) = 0 \quad (2)$$

分析の本質にはあまり関わりがないため，価格は市場で $p > c + \theta(s)$ を満たすように決まっているとしておく．

- salesman の利潤最大化条件：$\pi_s^s =$ $[p - \theta(s)]D_s(p,s,q) - \theta'(s)D(p,s,q) - T'(x)D_s(p,s,q) = 0$ $\iff [p - T'(x) - \theta(s)]D_s(p,s,q) - \theta'(s)D(p,s,q) = 0$

(1) 式と見比べて，$c = T'(x)$ が成立するような s が存在すれば，最善の結果を実現できる．そのような s の存在を仮定して，分析を進めてみよう．

- craftsman の利潤最大化条件：
  $\pi_q^c = T^{'}(x)D_q(p,s,q) - cD_q(p,s,q) - \phi^{'}(q) = 0 \iff$
  $\phi^{'}(q) = 0$ when $c = T'(x)$.

$c = T'(x)$ であれば，$\phi^{'}(q) = 0$ を満たす品質は $q = 0$ しかない．
（$\phi^{'}(q) > 0$ for any $q \geq 0$ を仮定すれば，解自体が存在しない．）

(2) 式は，仮定 $p - c - \theta(s) > 0$ と $D_q > 0$ より，
$\phi^{'}(q) = [p - c - \theta(s)]D_q(p,s,q) > 0$ となるので，最善の結果では $q^{FB} > 0$ であることが求められる．

以上より，最善の結果は実現されないことが判った．つまり，
チームにおけるモラルハザードは彼らだけでは回避できない．

2. 第三者の役割：第三者

- 総利潤の最大化条件：

$$\begin{aligned}\pi_s &= [p-c-\theta(s)]D_s(p,s,q)+\theta^{'}(s)D(p,s,q)=0\\ \pi_q &= [p-c-\theta(s)]D_q(p,s,q)-\phi^{'}(q)=0\end{aligned}$$

- salesman の利潤最大化条件：

$$\pi_s^s=[p-T_s^{'}(x)-\theta(s)]D_s(p,s,q)-\theta^{'}(s)D(p,s,q)=0$$

- craftsman の利潤最大化条件：

$$\pi_q^c=(T_c^{'}(x)-c)D_q(p,s,q)-\phi^{'}(q)=0$$

これらより，salesman から $T_s^{'}(x)=c$ を満たす所得を受け取る第三者（マネジャー）がいて，craftsman は $T_c^{'}(x)=p-\theta(s)$ を満たす所得をその第三者から受け取れば，最善の結果を実現できる．

- $T_s'(x) = c$ の両辺を積分して，

$$T_s(x) = A + cx. \qquad (A \text{ は積分定数.})$$

- $T_c'(x) = p - \theta(s)$ の両辺を積分して，

$$T_c(x) = B + [p - \theta(s)]x. \quad (B \text{ は積分定数.})$$

- 第三者の利得は

$$T_s(x) - T_c(x) = (A - B) - [p - c - \theta(s)]x.$$

ただし、第三者の利得を非負に設定すると，
$A - B \geq [p - c - \theta(s)]x$ なので，salesman の利得は

$$\pi^s = [p - \theta(s)]x - T_s(x) = [p - c - \theta(s)]x - (A - B) \leq 0$$

となる．よって，salesman が非負の利得を得るためには，第三者の利得は非正でなければならない．第三者（マネジャー）に正の利得を外生的に与えるとすれば，いくらであれば妥当か？（練習問題）